

Prof. Dr. Alfred Toth

Nachbarschafts- und Umgebungsrelationen bei Peanozahlen

1. Setzt man eine Peanozahl x als System

System = x ,

dann kann man den Nachfolger- (\underline{N}) und den Vorgänger-Operator (\underline{V}) wie folgt definieren

$$\underline{N}(x) = (x+1) = U(x)$$

$$\underline{V}(x) = (x-1) = N(x).$$

Die Menge der Nachfolger jeder Peanozahl ist also genau der Menge der Umgebungen dieser Zahl (vgl. Toth 2016), denn diese Zahlen sind nicht Teilmengen der als Menge gesetzten Zahl für jede Peanozahl. Dagegen ist also die Menge der Vorgänger jeder Peanozahl genau die Menge der Nachbarschaften dieser Zahl, denn diese Zahlen sind Teilmengen der als Menge gesetzten Zahl für jede Peanozahl.

Sei $x = 1$, dann können wir die Differenz zwischen N , x und U wie folgt schematisch darstellen

$$\begin{array}{ccccccc}
 1, & 2, & 3, & \dots, & (n-1), & i, & (i+1), & \dots, & (n-1), & n \\
 \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & & & & & & \\
 N(x) & & x & & & & U(x) & & &
 \end{array}$$

2. Jede Zahl wird also definiert als Menge aller ihrer Peano-Vorgänger vereinigt mit sich selbst. Das führt zur folgenden hierarchischen anstatt linearen Zahlenstruktur

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & & & 3 \\
 & & & & & & \subset & & 2 & \subset & & 2 & 2 \\
 1 & & 1 & 1 & & 1 & 1 & & 1. & & & &
 \end{array}$$

Die auf diese Weise systemtheoretisch neu definierte Peanozahl ist damit isomorph zur Einführung der peirceschen Zeichenrelation durch Bense (1979, S. 53)

ZR (M, O, I) =									
ZR (M, M=>O, M=>O.=>I) =									
ZR (mon. Rel., dyad. Rel., triad. Rel.) =									
ZR (.1. .2. .3.) =									
ZR	1.1	1.2	1.3,	1.1	1.2	1.3,	1.1	1.2	1.3
				2.1	2.2	2.3	2.1	2.2	2.3
							3.1	3.2	3.3

denn es gilt

$$Z = (M \subset O. \subset I),$$

und vermöge der Einführung der Primzeichen (Bense 1981, S. 17 ff.)

$$Z = (.1. \subset .2. \subset .3.),$$

so daß erst jetzt die von Bense schon früh versuchte Isomorphisierung der arithmetischen Nachfolgerrelation und der semiotischen Generierungsrelation (vgl. Bense 1975, S. 167 ff.) auf einem ontischen Fundament steht.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Eine neue Systemdefinition. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

29.10.2016